

**Physique  
Générale :  
Mécanique**

**Exercice résolu en  
classe:  
Bille dans un tube en  
rotation autour d'un  
axe vertical**

**Sections  
GC & SIE , BA1**

**Dr. J.-P. Hogge**

**Swiss Plasma Center**

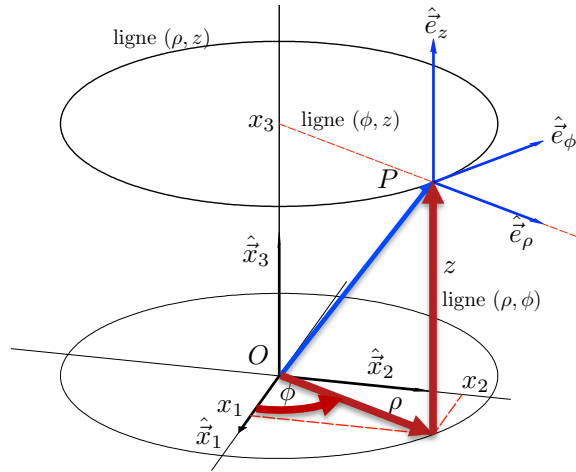
**École polytechnique  
fédérale de  
Lausanne**

**Exercice 1: Bille astreinte à se déplacer dans un tube en rotation**

Une bille de masse  $m$  est astreinte à se déplacer sans friction dans un tube dont l'axe est incliné d'un angle  $\theta$  fixe par rapport à l'axe vertical. Le tube est en rotation à une vitesse angulaire  $\omega$  constante autour de l'axe vertical.

- (a) Quel système de coordonnées est le plus adapté à cette situation ?
- (b) Déterminez les équations de mouvement de la bille libre dans le tube.  
*Indication* : Elles doivent inclure la force de réaction du tube sur la bille.
- (c) Considérez maintenant que l'angle  $\theta > 90^\circ$  et la bille est attachée à un ressort, qui lui-même est attaché au point du tube qui est sur l'axe de rotation. Adaptez les équations de mouvement à cette situation.
- (d) Quelles sont la position radiale, la vitesse et l'accélération de la bille lorsqu'elle est à équilibre (sous-entendu : le long du tube) ?
- (e) Supposons que la position de la bille dans le tube est légèrement perturbée par rapport à l'équilibre. Quel sera alors le caractère de son mouvement le long du tube ?

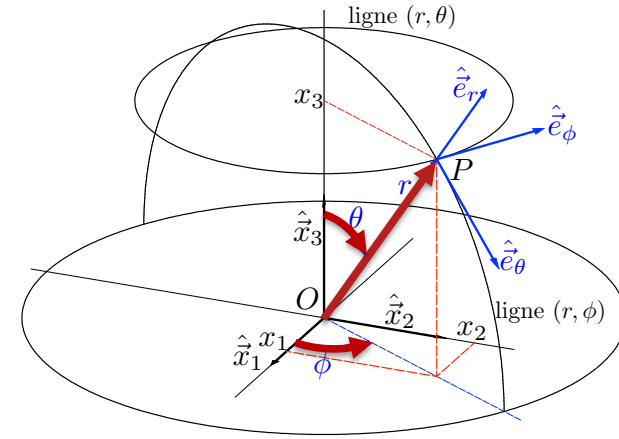
*Indication* : Regardez bien la composante radiale de l'équation du mouvement et comparez-la à une équation bien connue.



$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = \rho \hat{e}_\rho + z \hat{e}_z$$

$$\vec{v} = \dot{\rho} \vec{e}_\rho + \rho \dot{\phi} \vec{e}_\phi + \dot{z} \vec{e}_z$$

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho \dot{\phi}^2) \hat{e}_\rho + (\rho \ddot{\phi} + 2\dot{\rho} \dot{\phi}) \hat{e}_\phi + \ddot{z} \hat{e}_z$$



$$\vec{r} = \overrightarrow{OP} = r \hat{e}_r$$

$$\vec{v} = \dot{r} \hat{e}_r + r \dot{\theta} \hat{e}_\theta + r \dot{\phi} \sin \theta \hat{e}_\phi$$

$$\begin{aligned} \vec{a} = & \left( \ddot{r} - r \dot{\theta}^2 - r \dot{\phi}^2 \sin^2(\theta) \right) \vec{e}_r \\ & + \left( r \ddot{\theta} + 2\dot{r} \dot{\theta} - r \dot{\phi}^2 \sin(\theta) \cos(\theta) \right) \vec{e}_\theta \\ & + \left( r \ddot{\phi} \sin(\theta) + 2r \dot{\theta} \dot{\phi} \cos(\theta) + 2\dot{r} \dot{\phi} \sin(\theta) \right) \vec{e}_\phi \end{aligned}$$

